# Cambridge

- editorial -

Author: Oncescu Costin
Preparation: Niculae Alexandru

Sa reformulam enuntul: Fie sirurile T si D de N elemente $T_1$, $T_2$,… $T_N$, cu $T_i$ > 0 si respectiv $D_1$, $D_2$, … $D_N$,. Se dau M query-uri de forma: $[x, y]$ → daca putem sau nu gasi o permutare P de lungime $L = y - x + 1$, cu elementele $P_1$, $P_2$, … $P_L$ a.i. $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi} < D_{Pi}$, oricare ar fi i, cu $1 \leq i \leq L$;

1. O prima observatie este sa parcurgem elementele din intervalul [x;y] in ordinea crescatoare a valorilor D. Sa demonstram de ce sortarea dupa D este optima. Sa presupunem ca pentru ordinea dupa D nu exista solutie, insa exista o alta permutate P pentru care exista solutie → $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi} < D_{Pi}$, oricare ar fi $1 \leq i \leq L$. Vom cauta un $i$ pentru care $D_{Pi} > D_{Pi+1}$. Daca am interschimba $P_i$ cu $P_{i+1}$, vom avea:

- $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi-1} + T_{Pi+1} < D_{Pi+1}$
- $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi-1} + T_{Pi+1} + T_{Pi} < D_{Pi}$.

Prima inegalitate este adevarata deoarece stim ca $D_{Pi+1} > T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi+1}$, care este >= $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi-1} + T_{Pi+1}$ (pentru ca $T_i$ > 0) si cea de-a doua este adevarata deoarece stim ca $T_{P1} + T_{P2} + \dots T_{Pi+1} < D_{Pi+1}$, care este $\leq D_{Pi}$.

Cum ambele inegalitati sunt adevarate, iar celelalte raman neschimbate, putem face asftel de interschimbari cat timp gasim i pentru care $D_{Pi} > D_{Pi+1.}$ Prin urmare, daca va exista o permutare P pentru care exista solutie, va exista solutie si pentru permutare P’ care parcurge elementele in ordinea crescatoare a valorilor D.

2. Observatia 2 consta in faptul ca daca vom avea solutie pentru intervalul $[x, y]$, atunci vom avea solutie si pentru intervalul $[x, y-1]$. ($T_i$ > 0). Deci, folosind doi pointeri, putem afla pentru fiecare i, pozitia maxima j pentru care exista solutie pe intervalul $[x, y]$, oricare ar fi $x = i$ si $x \leq y \leq j$. Mai exact, pentru fiecare pozitie i, vom incrementa valoarea j de la pasul anterior cat timp exista solutie pe intervalul [i;j].

Cum verificam daca ne putem extinde de la j la j+1? Cu ajutorul unui arbore de intervale in care vom retine minimul pe interval (pentru simplitate, sa consideram ca valorile $D_i$ sunt intre 1 si N):

- Initial, in arborele de intervale vom retine valorile $D_i$.
- Cand adaugam elementul j + 1, vom da update pe intervalul [$D_{j+1}$; N] si vom scadea valoarea $T_{j+1}$.
- Ne putem extinde la j + 1 daca minimul pe intervalul [1; N] ramane strict pozitiv.
- Cand incrementam i-ul, vom da update pe intervalul [Di; N] si vom aduna valoarea $T_i$.

Deoarece valorile $D_i$ pot fi foarte mari, fie le normalizam pentru a putea tine arborele de intervale, fie vom folosi un arbore de intervale alocat dinamic.

In final, vom retine pentru fiecare i, valoarea $R_i$ ca fiind cea mai mare valoare j pentru care exista solutie pe intervalul [i; $R_i$]. Pentru a raspunde la query-ul $[x, y]$ tot ce trebuie sa facem este sa verificam ca y <= $R_x$.